$$U(6) = \frac{3}{16}(0) + \frac{13}{16}(80) = 65$$
$$U(3) = \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(80) = 40$$

將各點連接起來, 張大爲的效用函數, 便可以畫如上圖。

□

第四節 期望效用函數的性質

在討論期望效用函數的性質之前, 首先定義一些有關的函數型態。

若一個函數 $f(x)$ 的所有 x 值都具有 $f' > 0$, $f' = 0$ 或 $f' < 0$ 性質, 則稱爲**單調函數** (monotonic function)。具有 $f' > 0$ 性質時, 稱爲遞增函數 (increasing function); 具有 $f' < 0$ 則爲遞減函數 (decreasing function)。而具有 $f'' > 0$, $f'' = 0$ 或 $f'' < 0$ 這些性質, 則分別稱爲凹函數 (convex function)、直線函數 (linear function) 或凸函數 (concave function), 且分別具有 $f[\lambda x + (1-\lambda)y] < (=, >)\ \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$ 等性質。符合 $f[\lambda x + (1-\lambda)y] = \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$ 條件的函數, 稱爲**平直函數** (affine function)。一個平直函數必爲直線函數 $f(x) = a + bx$, 故有時也將平直函數稱爲直線函數 (註7)。

函數的轉換也很類似。如果函數 $f(x)$ 的轉換結果爲 $F[f(x)]$, 並具有 $F' > 0$, $F' = 0$ 或是 $F' < 0$ 性質, 則稱爲**單調轉換** (monotonic transformation)。若轉換函數具有 $F'' > 0$, $F'' = 0$ 或是 $F'' < 0$ 性質, 即具有凹性、直線或凸性, 也會分別具有 $F[\lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)] < (=, >)\ \lambda F[f(x)] + (1-\lambda)F[f(y)]$ 等性質。若是符合 $F[\lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)] = \lambda F[f(x)] + (1-\lambda)F[f(y)]$, 就稱爲**平直轉換** (affine transformation)。平直轉換也就是直線轉換 $F[f(x)] = a + bf(x)$。

就**計數效用** (cardinal utility) 函數而言, 效用指標的大小有其經濟意義。效用水準 60 是效用 20 的三倍, 不多也不少。每一個效用函數, 都代表唯一的一種偏好的型態。但對**序列效用** (ordinal utility) 函數而言, 只有效用指標的順序具有經濟意義, 而效用指標的大小則無經濟意義。我們只能說效用水準 60 高於效用 20, 不能說效用水準 60 是效用 20 的三倍。經過單調遞增轉換的效用函數, 其效用函數型態可能由凸性改變爲凹性 (註8), 但其效用指標的順序都一樣, 也都可以拿來代表相同的一種偏好型態。

例題 3 − 7

假定原來的序列效用函數是 $U(x) = 10\sqrt{x}$, 這是一個向上凸的函數, 其轉換函數爲 $F[U(x)] = U(x)^3/100 = 10\sqrt{x^3}$, 是一個 $U(x)$ 的單調遞增函數, 如下圖所示: